

RESULTADOS TEÓRICOS PARA TURBULÊNCIA GERADA POR DUAS GRELHAS OSCILANTES

Harry Edmar Schulz

Fazal Hussain Chaudhry

USP - Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Hidráulica e Saneamento
Laboratório de Hidráulica Ambiental, Cx.P. 359-13560/270-São Carlos, SP, Brasil

***Resumo:** Turbulência isotrópica pode ser gerada na região entre duas grelhas oscilantes. A turbulência para as regiões mais distantes das grelhas envolve os processos de difusão e dissipação da energia cinética turbulenta, sem haver advecção ou produção desta energia. Esta característica é utilizada em conjunto com o equacionamento básico $k-\epsilon$ com o intuito de obter formas de evolução para a energia cinética turbulenta e para a taxa de dissipação de energia na região entre as duas grelhas. Uma solução exata (decorrente de uma integral elíptica) é apresentada para a situação de viscosidade turbulenta imposta constante. Para o caso de viscosidade turbulenta geral, a solução baseada na expansão em séries de potências é utilizada, sendo os coeficientes das séries calculados a partir de valores de constantes do modelo $k-\epsilon$ encontrados na literatura da área. Verifica-se que a constância da viscosidade turbulenta na região central do espaço entre as duas grelhas também ocorre para o caso geral, sem ser necessário haver esta imposição como uma condição de contorno "heurística". Uma análise de convergência é feita para validar a metodologia seguida.*

***Palavras-chave:** Turbulência gerada com grelhas, turbulência isotrópica, modelos teóricos de turbulência.*

1. INTRODUÇÃO

A turbulência gerada no espaço intermediário entre duas grelhas oscilantes tem características que a tornam muito próxima da turbulência isotrópica (Srdic et al., 1996) e induz ao estudo teórico dessas características, visando a sua aplicação mais ampla. Recentemente Schulz e Chaudhry (1998) apresentaram uma solução para escoamentos gerados por uma e por duas grelhas oscilantes, na forma de séries de potências, que permite uma primeira análise destes escoamentos. Os autores apresentaram igualmente uma solução para viscosidade turbulenta constante para a turbulência gerada por uma grade oscilante. Todo o estudo foi desenvolvido para o caso de turbulência difusivo-dissipativa. Para o caso de uma grelha oscilante, algumas propostas de solução, visando descrever o comportamento de diferentes variáveis, são encontradas na literatura (Bouvard e Dumas, 1967, Thompson e Turner, 1975, Hopfinger e Toly, 1976, Nokes, 1988, De Silva e Fernando, 1994, Voropayev e

Fernando, 1996, Srdic et al., 1996). Schulz e Chaudhry (1998) mostram que a discussão de Bouverd e Dumas (1967) parece ser aquela que melhor vincula modelo e realidade observada, partindo da consideração de que os processos relevantes são difusivo-dissipativos. O presente trabalho concentra a atenção no caso de duas grelhas, apresentando soluções para viscosidade turbulenta constante e para o caso geral, no qual não se impõe restrições para a variação da viscosidade. Verifica-se, entretanto, que mesmo com a solução geral, a viscosidade turbulenta assume características de constância na região central do espaçamento entre as grelhas. O estudo é conduzido no contexto do modelo k - ε , restrito à turbulência isotrópica.

2. DIFUSÃO-DISSIPAÇÃO DA TURBULÊNCIA

A equação completa da conservação da energia cinética turbulenta, é (Rodi, 1980):

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U_i} \frac{\partial k}{\partial x_i} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\overline{u_i \left(\frac{u_i u_j}{2} + \frac{p}{\rho} \right)} \right] - \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\varepsilon = \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2)$$

A equação da dissipação de energia é apresentada geralmente como (Rodi, 1980):

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{U_i} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3)$$

k é a energia cinética turbulenta, ε é a taxa de dissipação desta energia, U_i e u_i são a velocidade média e a flutuação de velocidade na direção i , ν e ν_t são as viscosidades cinemática e turbulenta e p é a flutuação de pressão. C_1 e C_2 são constantes. Para obter a energia cinética turbulenta em sistemas difusivo-dissipativos unidimensionais, Schulz e Chaudhry (1998) partiram das Eqs. (1) e (2). Em situação estacionária e fluido em repouso a equação se torna:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\overline{u_i \left(\frac{u_i u_j}{2} + \frac{p}{\rho} \right)} \right] = - \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (4)$$

O termo entre colchetes, sem equacionamento definitivo, é substituído, como de praxe no modelo k - ε , pelo produto do coeficiente de Boussinesq (viscosidade turbulenta) com o gradiente da energia cinética turbulenta e uma constante de proporcionalidade (σ_k). Obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) = \varepsilon \quad (5)$$

A viscosidade turbulenta é expressa como (Rodi, 1980):

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (6)$$

C_μ é uma constante de proporcionalidade. Para v_t constante a Eq. (5) passa ser escrita como:

$$\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial k}{\partial x} \right) = \varepsilon \quad (7)$$

Com a definição da Eq. (6) para a viscosidade turbulenta tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial k}{\partial x} \right) = \theta_1 k^2 \quad \theta_1 = \frac{C_\mu \sigma_k}{v_t^2} \quad (8)$$

As Eqs. (5) e (8) correspondem aos modelos estudados no presente trabalho. A Eq. (8) pode ser integrada uma vez, fornecendo:

$$\frac{d}{dx} (\theta_1 k) = \pm \sqrt{\theta_2 + \frac{2}{3} (\theta_1 k)^3} \quad (9)$$

θ_2 é uma constante de integração.

3. DUAS GRELHAS OSCILANTES E VISCOSIDADE TURBULENTA CONSTANTE

A Fig. (1) mostra o eixo considerado, bem como os planos que correspondem às duas grelhas oscilantes. A origem do eixo está no centro do espaçamento entre as grelhas. Assim, a energia cinética fornecida ao meio é dissipada entre as grelhas e passa por um mínimo em $x=0$ (para oscilações iguais das duas grelhas, com características geométricas idênticas). A Eq. (9) fica sujeita, portanto, às seguintes condições de contorno: em $x=0$, tem-se $k=k_0$, e, ainda, em $x=0$, tem-se $dk/dx=0$

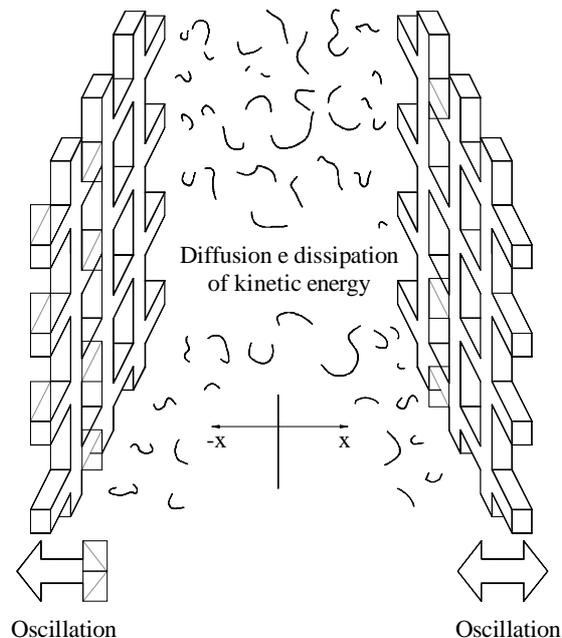


Figura 1: Representação esquemática da situação de duas grelhas oscilantes e o processo de difusão-dissipação da energia cinética turbulenta

Avaliando as constantes θ_1 and θ_2 da Eq.(9) com as condições de contorno mencionadas e adimensionalizando, tem-se:

$$\frac{dh}{ds} = \pm \alpha \sqrt{h^3 - 1} \quad (10)$$

$$\int_1^h \frac{dt}{\sqrt{t^3 - 1}} = \pm \alpha s \quad (11)$$

Onde:

$$h = \frac{k}{k_0} \quad s = \frac{x}{L} \quad \alpha = \frac{L\sqrt{k_0}}{v_t} \sqrt{\frac{2C_\mu\sigma_k}{3}} \quad (12)$$

Nesta equação, h e s são, respectivamente, a energia cinética e a distância ao centro adimensionalizadas. Note-se que o primeiro membro da Eq. (21) é uma integral elíptica do primeiro tipo, podendo esta equação ser representada, portanto, como:

$$mF(\varphi, \kappa) = \pm \alpha s \quad (13)$$

m , φ e κ são os parâmetros que caracterizam a integral $F(\varphi, \kappa)$, que pode ser encontrada em tabelas matemáticas. A Eq. (13) é a solução implícita da energia cinética turbulenta para duas grelhas oscilantes e viscosidade turbulenta constante, na qual os seguintes parâmetros devem ser utilizados:

$$m = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} \cong 0,7598357 \quad (14)$$

$$\kappa = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2} \cong 0,2588190 \quad (15)$$

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{3} + 1 - h}{\sqrt{3} - 1 + h} \quad (16)$$

A Eq. (13) pode ainda ser representada como:

$$mF(\varphi, \kappa) = \pm \frac{L\sqrt{k_0}}{v_t} \sqrt{\frac{2C_\mu\sigma_k}{3}} \left(\frac{x}{L} \right) \quad (17a)$$

$$mF(\varphi, \kappa) = \pm \sqrt{\frac{2C_\mu\sigma_k}{3}} \frac{x\sqrt{k_0}}{v_t} \quad (17b)$$

Enquanto a Eq.(17a) fornece ma família de curvas h - s com o número de Reynolds $\frac{L\sqrt{k_0}}{v_t}$ como parâmetro, a Eq. (17b) fornece uma curva única para h como função do número de Reynolds local $\frac{x\sqrt{k_0}}{v_t}$. As Figs. (2) e (3) mostram soluções para h .

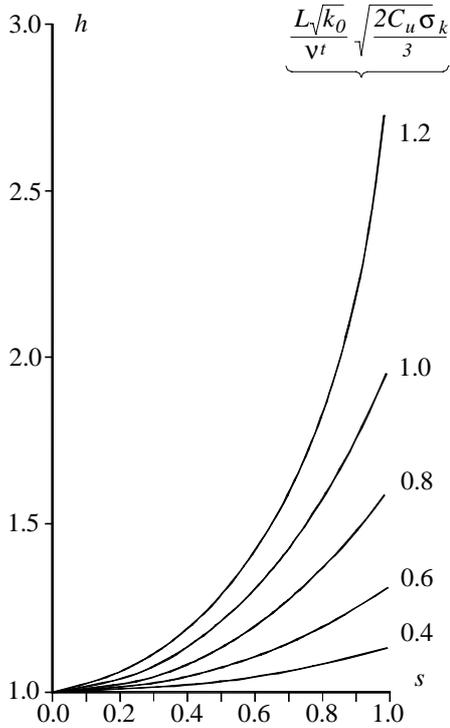


Figura 2: Equação 17a. Família de curvas tendo como parâmetro o No. De Reynolds

$$\text{modificado: } \frac{L\sqrt{k_0}}{v_t} \sqrt{\frac{2C_\mu\sigma_k}{3}}$$

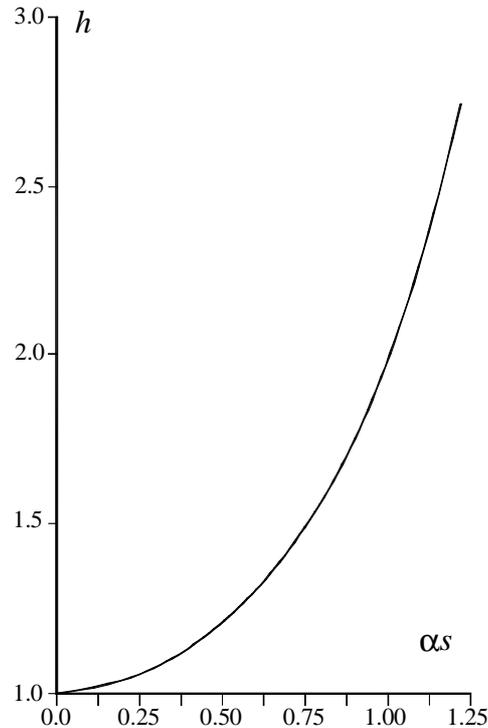


Figura 3: Equação 17b. Apenas uma curva é obtida como função do número de Reynolds

$$\text{local } \frac{x\sqrt{k_0}}{v_t}$$

As Figs. (4) e (5) mostram a evolução de ε obtida das Eqs. (17a e b) e Eq. (5). A taxa de dissipação de energia cinética turbulenta adimensionalizada é expressa por:

$$\frac{\varepsilon}{k_0^2} \frac{v_t}{C_\mu} = \left(\frac{k}{k_0} \right)^2 = h^2 \quad (18)$$

Dados experimentais de Srdic et al. (1996) para energia cinética turbulenta entre duas grelhas oscilantes mostram uma tendência razoavelmente constante para a região $-0,4 < s < 0,4$, porém com valores preferencialmente menores que o valor central à esquerda da origem e com valores preferencialmente maiores que o valor central à direita da origem. Mais experimentos nesta área são desejáveis.

Para obter evoluções de k , ε e v_t sem a imposição da viscosidade turbulenta constante, utilizou-se a solução em séries de potências apresentada por Schulz e Chadry (1998). No próximo ítem são apresentadas as conclusões obtidas pelos autores citados e as conclusões aqui desenvolvidas para a viscosidade turbulenta.

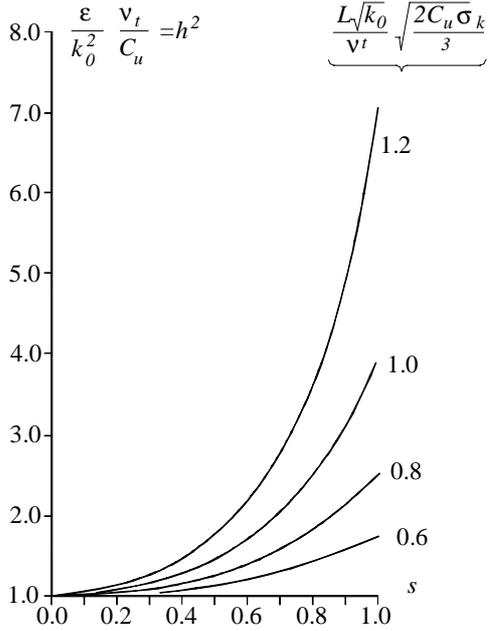


Figura 4: Família de curvas para a taxa de dissipação de energia tendo como parâmetro o No. De Reynolds modificado: $\frac{L\sqrt{k_0}}{v_t} \sqrt{\frac{2C_\mu \sigma_k}{3}}$

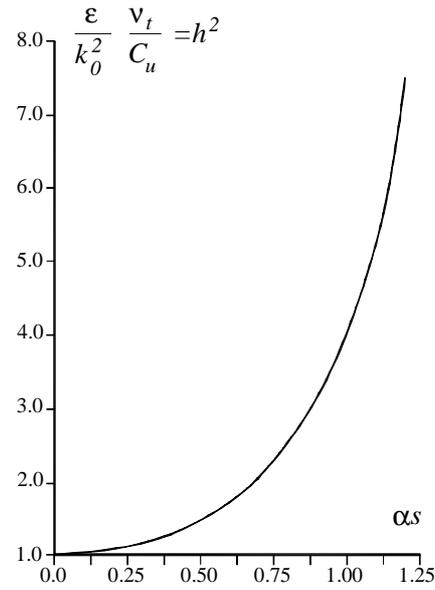


Figura 5: Apenas uma curva para a taxa de dissipação de energia é obtida como função do número de Reynolds local $\frac{x\sqrt{k_0}}{v_t}$

4. VISCOSIDADE TURBULENTA GERAL

As Eqs. (5) e (6) permitem obter uma relação envolvendo apenas a energia cinética turbulenta e a sua taxa de dissipação de energia:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{C_\mu}{\sigma_k} k^2 \frac{\partial k}{\partial x} \right) = \epsilon \quad (19)$$

Schulz e Chaudhry (1998) integraram esta equação e fornecem o seguinte conjunto de equações, válido para sistemas difusivo-dissipativos:

$$k^3 = \frac{3}{2} \frac{\sigma_k}{C_\mu} \left\{ \int \epsilon dx + B_1 \right\}^2 + B_2 \quad (20)$$

$$\epsilon = \frac{d}{dx} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{C_\mu}{\sigma_k} (k^3 - B_2)} \quad (21)$$

$$\dot{W} = 2\rho A \left(\sqrt{\frac{2}{3} \frac{C_\mu}{\sigma_k} (k_{ref}^3 - B_2)} - \sqrt{\frac{2}{3} \frac{C_\mu}{\sigma_k} (k_0^3 - B_2)} \right) \quad (22)$$

B_1 e B_2 são constantes de integração, ρ é a massa específica do fluido e A é a área transversal à direção x , \dot{W} é a potência dissipada entre as duas grelhas, admitindo que em uma posição $x=0$ a energia cinética turbulenta assume o valor k_0 e que em uma posição genérica x a mesma assume um valor de referência para o espaço considerado ($k=k_{ref}$). Vê-se que é possível representar diretamente uma variável como função de operações efetuadas apenas sobre a

segunda variável. Esta forma de representação é uma simplificação aguda do problema não-linear existente e permite explorar, por exemplo, como soluções empíricas para uma variável interferem no desenvolvimento da segunda variável. A simplificação fica evidente pela comparação das Eqs. (19) e (21), para a taxa de dissipação de energia. Para a obtenção de uma avaliação dos perfis de k e ε Schulz e Chaudhry (1998) adotam expansões em séries de potências para as duas variáveis.

As variáveis k e ε são expressas da seguinte maneira:

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon_i x^i \quad k = \sum_{j=0}^{\infty} k_j x^j \quad (23)$$

A utilização dessas relações na Eq. (19) e na equação para a taxa de dissipação de energia, que, no presente problema, assume a forma,

$$2k^2 \varepsilon \frac{dk}{dz} \frac{d\varepsilon}{dz} - k^3 \frac{d\varepsilon}{dz} \frac{dk}{dz} + k^3 \varepsilon \frac{d^2 \varepsilon}{dz^2} = S_\varepsilon \varepsilon^4 \quad S_\varepsilon = \frac{C_2 \sigma_\varepsilon}{C_\mu} \quad (24)$$

conduz aos seguintes coeficientes para o caso de duas grelhas oscilantes:

- Energia cinética turbulenta:

$$\text{Ordem zero: } k_0 = B_2^{1/3} \text{ ou } B_2 = k_0^3 \quad (25a)$$

$$\text{Ordem 1: } k_1 = 0 \quad (25b)$$

$$\text{Ordem 2: } k_2 = \frac{S_k}{3k_0^2} (\varepsilon_0^2) \quad S_k = \frac{3 \sigma_k}{2 C_\mu} \quad (25c)$$

$$\text{Ordem 3: } k_3 = 0 \quad (25d)$$

$$\text{Ordem 4: } k_4 = \frac{S_k}{3k_0^2} \left(\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_2}{3} \right) - \frac{k_2^2}{k_0} \quad (25e)$$

$$\text{Ordem 5: } k_5 = 0 \quad (25f)$$

(E assim por diante).

- Taxa de dissipação de energia:

$$\text{Ordem zero: } \varepsilon_2 = \frac{S_\varepsilon \varepsilon_0^3}{2k_0^3} \quad (26a)$$

$$\text{Ordem 1: } \varepsilon_3 = 0 \quad (26b)$$

$$\text{Ordem 2: } \varepsilon_4 = \frac{2S_\varepsilon \varepsilon_0^3 \varepsilon_2 - 7k_0^2 k_2 \varepsilon_0 \varepsilon_2 + k_0^3 \varepsilon_2^2}{6k_0^3 \varepsilon_0} \quad (26c)$$

$$\text{Ordem 3: } \varepsilon_5 = 0 \quad (26d)$$

Ordem 4:

$$\varepsilon_6 = \frac{S_\varepsilon (3\varepsilon_0^2 \varepsilon_2^2 + 2\varepsilon_0^2 \varepsilon_4) - 11k_0 k_2^2 \varepsilon_0 \varepsilon_2 - 11k_0^2 k_4 \varepsilon_0 \varepsilon_2 - 20k_0^2 k_2 \varepsilon_0 \varepsilon_4 + k_0^3 \varepsilon_2 \varepsilon_4}{15k_0^3 \varepsilon_0} \quad (26e)$$

$$\text{Ordem 5: } \varepsilon_7 = 0 \quad (26f)$$

(E assim por diante).

Apenas k_0 e ε_0 necessitam ser determinados, ambos com sentido físico claro, ou seja, o primeiro é o valor da energia cinética turbulenta na origem e o segundo é o valor da taxa de dissipação de energia na origem e podem ser obtidas experimentalmente. Trabalhos experimentais efetuados no sentido de estudar o comportamento de características turbulentas para a situação de duas grelhas oscilantes ainda são escassos, porém estudos como os de Srdic et al. (1996) mostram a potencialidade deste tipo de escoamento, no que tange ao estudo de características básicas da turbulência.

O uso dos valores $C_\mu=0.09$, $C_2=1.92$, $\sigma_k=1.0$, $\sigma_\varepsilon=1.3$ nas Eqs. (23), (25) e (26) (Rodi, 1980) resulta em:

$$h \approx 1 + 5.56 \left(\frac{\varepsilon_0 x}{k_0^{3/2}} \right)^2 + 20.5 \left(\frac{\varepsilon_0 x}{k_0^{3/2}} \right)^4 + \dots \quad (27)$$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \approx 1 + 13.9 \left(\frac{\varepsilon_0 x}{k_0^{3/2}} \right)^2 + 70.4 \left(\frac{\varepsilon_0 x}{k_0^{3/2}} \right)^4 + \dots \quad (28)$$

Os gráficos das Figs. (6) e (7) mostram $k/k_0 (=h)$ e $\varepsilon/\varepsilon_0$ ao longo da distância adimensional $\varepsilon_0 x/k_0^{3/2}$.

A viscosidade turbulenta obtida das Eqs. (6), (27) e (28) produz:

$$\frac{\nu_t}{\nu_{t0}} \approx \frac{1 + 11.1 \left(\frac{\varepsilon_0 x}{k_0^{3/2}} \right)^2 + 71.8 \left(\frac{\varepsilon_0 x}{k_0^{3/2}} \right)^4 + \dots}{1 + 13.9 \left(\frac{\varepsilon_0 x}{k_0^{3/2}} \right)^2 + 70.4 \left(\frac{\varepsilon_0 x}{k_0^{3/2}} \right)^4 + \dots} \quad \nu_{t0} = C_\mu \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} \quad (29)$$

Como pode ser visto, os primeiros termos das séries de potências no numerador e denominador são similares, o que mostra que a viscosidade turbulenta mantém-se próximo à constância em torno de $x=0$. Este resultado é relevante, porque indica que a solução exata aqui obtida (a partir da integral elíptica, Eqs. 17) é válida para descrever a evolução das variáveis relevantes e se trata de uma solução exata para o problema de turbulência entre duas grelhas oscilantes, pelo menos em uma região deste domínio. A análise da convergência das séries

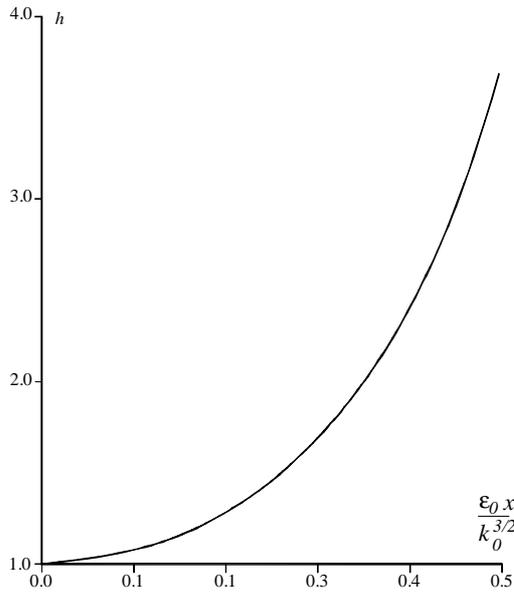


Figure 6: Gráfico da Eq. 27. $k/k_0 = h$ em função de $\epsilon_0 x / k_0^{3/2}$. Uma curva única é obtida.

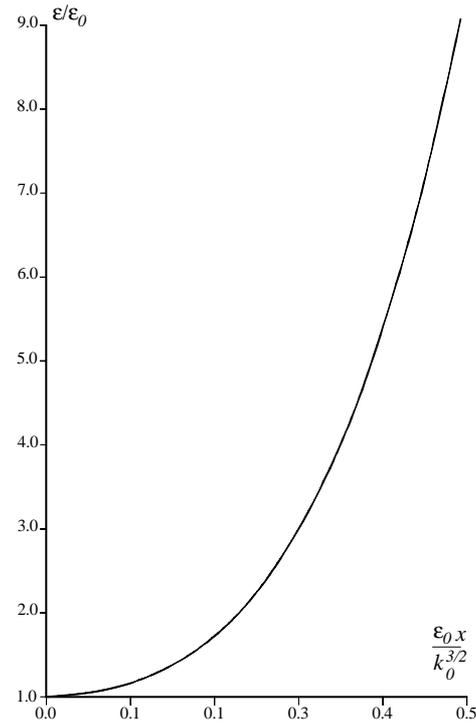


Figure 7: Gráfico da Eq. 28. ϵ/ϵ_0 em função de $\epsilon_0 x / k_0^{3/2}$. Uma curva única é obtida.

utilizadas é rapidamente abordada no próximo item, mostrando que há um raio de convergência associado ao seu uso.

5. OBSERVAÇÕES ACERCA DA CONVERGÊNCIA

Por simplicidade, a convergência das séries é discutida para o caso de viscosidade turbulenta constante. Isto permite também verificar a concordância entre a solução em forma de série e a solução da integral elíptica.

O uso dos coeficientes expressos pelas Eqs. (25) e (26) conduz, no caso de viscosidade constante, à seguinte solução para h :

$$h = 1 + \frac{3}{4}(\alpha s)^2 + \frac{3}{16}(\alpha s)^4 + \frac{3}{64}(\alpha s)^6 + \frac{3}{256}\left(\frac{6}{7}\right)(\alpha s)^8 + \frac{3}{1024}\left(\frac{29}{63}\right)(\alpha s)^{10} + \dots \quad (30)$$

O fator multiplicativo α deve ser obtido de dados experimentais, pois envolve parâmetros físicos (ver Eq. 12). A presente análise é conduzida, portanto, para o produto αs . A série da Eq. (30) pode ser comparada à série mais simples

$$h = 1 + \frac{3}{4}(\alpha s)^2 + \frac{3}{16}(\alpha s)^4 + \frac{3}{64}(\alpha s)^6 + \frac{3}{256}(\alpha s)^8 + \frac{3}{1024}(\alpha s)^{10} + \dots \quad (31)$$

que produz valores sempre maiores que a Eq. (30) e converge no intervalo $-1.0 < \alpha s < 1.0$. Esta comparação permite afirmar que a série da Eq. (30) também converge, pelo menos no intervalo de αs considerado (séries que produzem sempre valores menores do que uma série

convergente são igualmente convergentes). Adicionalmente, os valores de h obtidos utilizando a Eq.(30) coincidem com aqueles obtidos da solução por integral elíptica e apresentados na Fig. (2). Uma avaliação muito boa do valor de h é obtida utilizando a série até o termo de décimo grau, como mostrado na Eq. (30). As Eqs. (27) e (30) convergem para a região de x próximo à origem. A natureza de α ou do termo $\varepsilon_0/k_0^{3/2}$, que dependem de medidas experimentais, determina se todo o domínio entre as grelhas é descrito por esta solução.

6. CONCLUSÕES

A turbulência gerada entre duas grelhas oscilantes foi analisada com o uso do modelo $k-\varepsilon$. Para viscosidade turbulenta considerada constante, a solução para a energia cinética turbulenta é obtida implicitamente como uma integral elíptica ao longo da profundidade. Através do uso da definição da viscosidade turbulenta obteve-se a forma de variação da taxa de dissipação de energia, representada como proporcional ao quadrado da energia cinética turbulenta.

Para a viscosidade turbulenta geral os coeficientes das séries foram calculados com o auxílio dos valores das constantes do modelo $k-\varepsilon$ encontrados na literatura. As séries calculadas mostram que a viscosidade turbulenta mantém-se razoavelmente constante na região próxima ao centro do espaço entre as grelhas, não havendo conseqüentemente a necessidade da imposição desta condição para a obtenção de soluções que descrevam o campo turbulento na região de isotropia. Entretanto, conhecendo o resultado geral (viscosidade constante), valida-se a solução teórica obtida a partir da integral elíptica e pode-se dizer que há solução teórica exata para o problema da turbulência isotrópica gerada entre duas grelhas oscilantes. A análise de convergência mostra que as séries convergem para $-1.0 < \alpha < 1.0$. O valor de α (experimental) determina se todo o domínio entre as grelhas segue esta solução.

Agradecimentos

Agradecemos à FAPESP pelo apoio (processo 1997/11743-0) para pesquisa no exterior, e ao Prof. Gerhard Jirka, do Institut für Hydromechanik, Universität Karlsruhe, Alemanha.

REFERÊNCIAS

- Bouvard, M. e Dumas, H., 1967, Application de la Méthode du Fil Chaud a la Mesure de la Turbulence dans l'Eau, La Houille Blanche, n^o 7, pp. 723-734.
- De Silva, I.P.D. e Fernando, H.J.S., 1994, Oscillating Grids as a Source of Nearly Isotropic Turbulence, Physics of Fluids, vol.6, n. 7, pp. 2455-2464.
- Hopfinger, E.J. e Toly, J.A., 1976, Spatially Decaying Turbulence and its Relation to Mixing Across Density Interfaces, Journal of Fluid Mechanics, vol.78, pp. 155-175.
- Nokes, R.I., 1988, On the Entrainment Rate Across a Density Interface, Journal of Fluid Mechanics, vol 188, pp.185-204.
- Schulz, H.E. e Chaudhry, F.H. (1998), Uma Aproximação para Turbulência Gerada por Grades Oscilantes, Primeira Escola de Transição e Turbulência, COPPE, Rio de Janeiro, setembro/98.
- Srdic, A.; Fernando, H.J.S. e Montenegro, L., 1996, Generation of Nearly Isotropic Turbulence using Two Oscilating Grids, Experiments in Fluids, vol. 20, pp.395-397.
- Thompson, S.M. e Turner, J.S., 1975, Mixing Across an Interface due to Turbulence Generated by an Oscilating Grid, Journal of Fluid Mechanics, vol.67, pp. 349-368.
- Voropayev, S.I. e Fernando, H.J.S., 1996, Propagation of Grid Turbulence in Homogeneous Fluids, Physics of Fluids, vol.8, n^o 9, pp. 2435-2440.

THEORETICAL RESULTS FOR TURBULENCE GENERATED BY TWO OSCILLATING GRIDS

***Abstract:** Isotropic turbulence may be generated between two oscillating grids and is governed by diffusion and dissipation processes for greater distances from the grids. This fact is used together with the k - ε model to describe the behaviours of the kinetic energy and its dissipation rate between the grids. Stationary turbulence is considered. A theoretical solution (in the form of an elliptic integral) is obtained for constant turbulent viscosity. Otherhand, for general turbulent viscosity, a solution in the form of power series for k and ε is furnished. It is shown that this general solution also produces a constant turbulent viscosity near the origin, which validates the closed solution in the form of an elliptic integral.*

***Keywords:** grid turbulence, isotropic turbulence, theoretical models for turbulence.*